

Válaszok Dr. Kunszt Zoltán, a fizikai tudomány doktora
„Új kiértékelési módszerek és alkalmazásuk az erős kölcsönhatás vizsgálatában”
című MTA doktori disszertációmmal kapcsolatos kérdéseire

Köszönöm Dr. Kunszt Zoltán opponensnek disszertációm gondos áttanulmányozását, értékelését és hasznos észrevételeit.

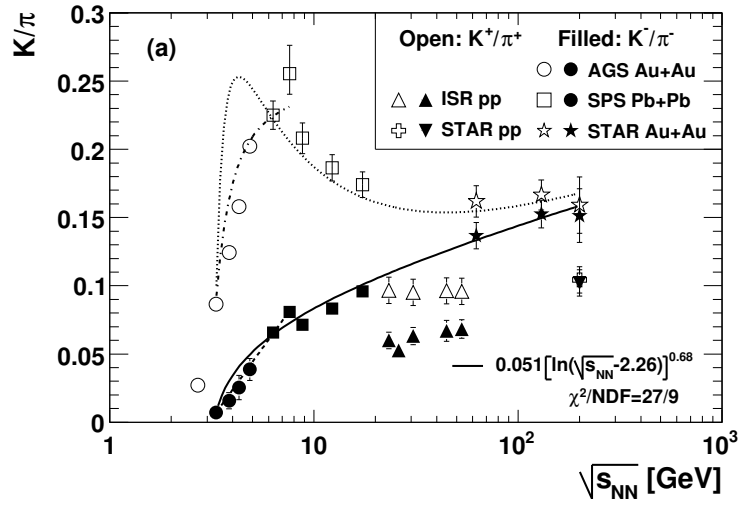
A kérdésekre a válaszaim a következők:

1. Az NA49 kollaboráció a mag-mag ütközésekben ritkaság feldúsulást talált, amit szemi-kvantitatíve meg lehet magyarázni kvark-gluon plazma kialakulásának feltételezése nélkül. Mit várunk ennek a kérdésnek a tisztázását illetően az LHC-en? Vannak olyan megfigyelhető eloszlások, amelyek segítségével a különböző mechanizmusok járulékát szeparálni lehet?

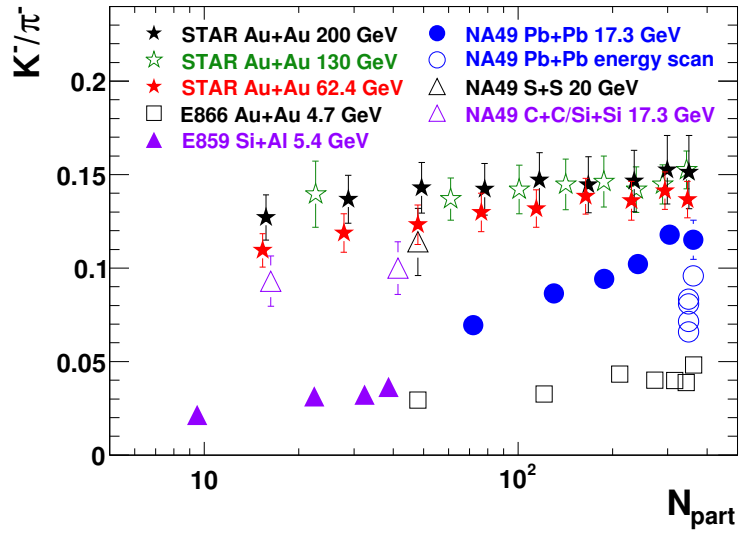
Válasz: A ritkaság feldúsulása már régóta szerepel a kvark-gluon plazma (QGP) lehetséges jeleinek listáján. Egy hadrongázt tartalmazó rendszerben a ritkaságot csak hadronpárok együttes keltésével (újraszórás, a ritkaság asszociált keltése) növelhetjük, ugyanakkor a folyamat a QGP-ben ritka kvark-antikvark párokkal is működhet, ez utóbbi pedig energetikailag kedvezőbb.

Az 1. ábra a mért K^+/π^+ és K^-/π^- arányok nukleonpáronkénti tömegközépponti energiafüggését ábrázolja, pp és nehézion ütközésekben [1]. Az energiafüggés a két töltésre kissé más. Negatívokra az arány növekszik, majd egy állandó értékhez tart, melyet az ALICE együttműködés 2,76 TeV-es mérései megerősítettek. A K^+/π^+ energiafüggése érdekesebb, egy határozott emelkedés után 10 GeV-nél maximumot mutat, majd lecsökken a negatívokra jellemző értékekhez, és nem változik LHC energián sem. A 10 GeV körül látott maximumot azzal magyarázhatjuk, hogy ott a legnagyobb az ütközésben előállított forró és sűrű maganyag barionsűrűsége, így ott tudnak leginkább a fent említett folyamatok, főként az asszociált keltés (pl $\pi N \rightarrow \Lambda K^+$) a ritkasághoz hozzájárulni. A ritkaság párban keltése, annak gyakorisága pedig $\sqrt{s_{NN}}$ -tól függ, ezt tükrözheti a K^-/π^- és kisebb mértékben a K^+/π^+ arány is.

A kisebb energiákon (AGS [2, 3] $\sqrt{s_{NN}} = 4,7$ és $5,4$ GeV; SPS $17,3$ GeV) érdekes viselkedést találtunk: a mért K/π arányok az ütközésekben résztvevő

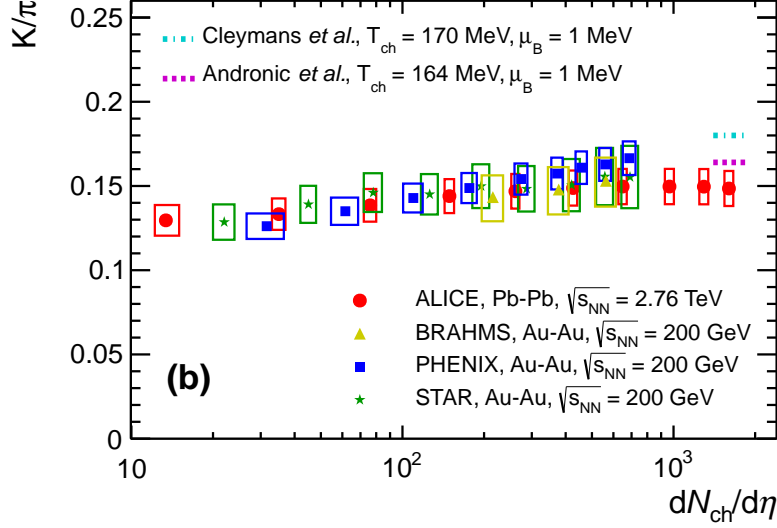


1. ábra. A STAR együttműködés összefoglaló ábrája [1]. A K^+/π^+ és K^-/π^- arányok függése az ütközés nukleonpáronkénti tömegközépponti energiájától.



2. ábra. A keltett részecskék K^-/π^- arányának függése az ütközésben részt vevő nukleonok számától, többféle energián és ütközési rendszer esetén. A STAR együttműködés összefoglaló ábrája [1].

nukleonok N_{part} számával lineárisan nőttek. Később a RHIC-es mérésekben is látszott [1, 4, 5], hogy a ritkaság keltése, annak töltött részecskékhez képesti aránya állandó $K^\pm/\langle\pi^\pm\rangle \approx 0,15$, mind K^+ -okra és K^- -okra elérte lehetséges maximumát (2. ábra). Nagyon hasonló telített, N_{part} -tól alig függő arányokat



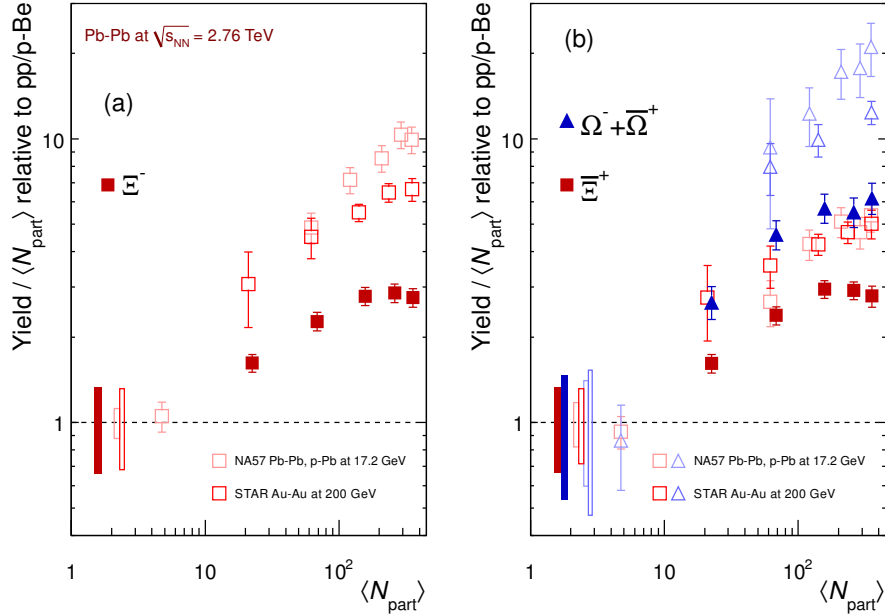
3. ábra. Az ALICE együttműködés összehasonlító ábrái [6]. Az $y = 0$ körül mért differenciáli hozamok $K^+/\langle\pi^\pm\rangle$ és $K^-/\langle\pi^\pm\rangle$ hányadosainak rapiditássűrűség-függése 2,76 TeV-es Pb-Pb ütközésekben, valamint az idevonatkozó RHIC eredmények 200 GeV-en.

vártunk LHC energián is, melyet a mérések igazoltak [6] (3. ábra).

A megfigyeléseket a kvark-gluon plazma képben azzal magyarázhatjuk, hogy a plazma ritka kvarkokkal telítődött, kémiai egyensúlyba jutott. Más szóval, visszatekintve, azt mondhatjuk, hogy AGS és SPS energiákon még nem tudtunk olyan magas energiasűrűséget előállítani, amely a ritkaság keltését – az ütközés centralitásától függetlenül – telítésbe vitte volna.

A kísérleti eredményeket felrajzolva sem N_{part} , sem $dN_{\text{ch}}/d\eta$ nem bizonyult jó, különféle energián és ütközési rendszerben használható összehasonlító változónak. Mivel a QGP-ben a ritkaság keltése nagyon kedvező a $gg \rightarrow s\bar{s}$ folyamattal, arra gondolhatunk, hogy a rendszer kezdeti gluonsűrűsége fontos szerepet játszhat. Ilyen értelemben a kis x -es régióban megfigyelt gluon-telítés és az itt látott ritkaság-telítés szoros kapcsolatban állhat egymással.

A több ritka kvarkot tartalmazó barionok keltését nehézion-ütközésekben SPS, RHIC és LHC energiákon jól foglalja össze a 4. ábra, mely az ALICE együttműködés egyik friss publikációjából való [7]. A részecskék számának p-p (vagy p-Be) ütközésekhez képesti feldúsulását ábrázolja az ütközésben részt vevő nukleonok számának függvényében. Jól látszik, hogy a hozamok



4. ábra. Az ALICE együttműködés összefoglaló ábrái [7]. A több ritka kvarkot tartalmazó barionok keltése nehézion-ütközésekben: a részecskék számának p-p (vagy p-Be) ütközésekhez képesti feldúsulása az ütközésben részt vevő nukleonok számának ($\langle N_{\text{part}} \rangle$) függvényében, LHC, RHIC és SPS energiákon.

a RHIC-es eredményekhez képest kissé emelkedtek, de a pionok számához viszonyított hozamok hasonlóak maradtak. Mind a RHIC-nél, mind az LHC-n az arányok kezdetben $\langle N_{\text{part}} \rangle$ -tal növekednek, majd $\langle N_{\text{part}} \rangle \approx 150$ körül telítésbe mennek át. A ritkaság feldúsulása a barionok ritkaságtartalmának növelésével nő.

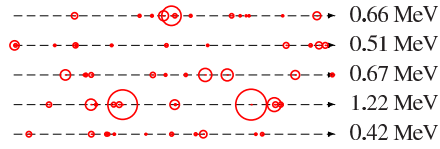
Összefoglalva azt mondhatjuk, hogy a RHIC és LHC energiákon mért K^+/π^+ és K^-/π^- arányok nagyon hasonló értékűek, azok a nehézion-ütközés centralitásával, valamint az ütközés tömegközépponti energiájával is alig változnak. A töltés- és $\sqrt{s_{NN}}$ -függetlenség arra utal, hogy a hadrongázra jellemző asszociált keltéssel és a hadron párkeltéssel szemben nagyon nagy energián a feltehetőleg már telítésbe vitt gluonok fúziója (a $gg \rightarrow s\bar{s}$ folyamaton keresztül) játszhat a ritkaság keltésében fontos szerepet.

A ritka hadronok (mezonok és hiperonok) mért hozamára, arányaikra jelenleg kielégítő magyarázatot adnak a részecskék termikus keltését tartalmazó, és a rendszer ezt követő hidrodinamikai fejlődését (a részecskék folyását) leíró modellek.

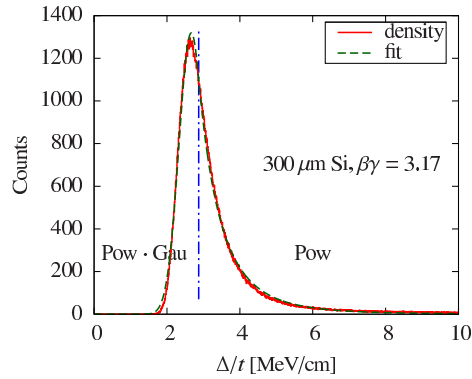
2.a) Az irodalomban többféle Monte Carlo módszer került kidolgozásra a differenciális energia veszteség számolására, az ionizáció és detektor kimenetek meghatározására. A tézisben leírt eredmények a szerző által teljesen újra írt Monte Carlo programon alapulnak vagy volt lehetőség korábbi Monte Carlo kódok részleges felhasználására?

Válasz: Ahogy azt a disszertáció 9.2 szakaszában kifejttem, az anyagon áthaladó töltött részecske energialeadásának mikroszkopikus modellezéséhez az irodalomban megtalálható legrészletesebb, leginkább valósághű Monte Carlo számolásra alapoztam, melynek kifejlesztése Hans Bichselnek (University of Washington, Seattle) köszönhető. Az egyes ütközések (5. ábra) energiaspektruma (kumulatív) eloszlásfüggvényének inverzét szilíciumra a Bethe-Fano elméletből vettem [8, 9], neonra pedig a Fermi-féle virtuális foton elméletet használtam [10, 11]. Az általam megírt, a fenti folyamatok hatás keresztmetszeteinek nyilvános adatbázisait használó Monte Carlo programmal kapott függvények értékei megegyeznek a [12] és [13] referenciában kapottakkal. Ezeket a függvényeket használtam az egyes energiaveszteségek véletlenszerű előállítására is.

Ugyanakkor a 11. fejezetben kifejtett „analitikus energiaveszteség modell” egy megfelelően megválasztott parametrizáció, amely a fenti mikroszkopikus leírást nagyon jól közelíti. A konkrét függvényalakok felírásához vezető matematikai utat, útkeresést a [14] referencia A függeléke tartalmazza. Ilyen értelemben nem volt célom a jól bevált Bichsel-leírást megjavítani, hanem egy egyszerű, gyors, de pontos, kevés paraméteres parametrizációt adni (6. ábra). A parametrizáció nem csak a modellnek megfelelő energialeadások véletlenszerű generálására, hanem komplexebb feladatokra, különösképpen egy klaszter helyének és energiájának, valamint egy részecskepálya jellemzésére használható ε mennyiség maximum likelihood-on alapuló becslésére is alkalmazható.



5. ábra. Öt töltött részecske 1 cm neonon való áthaladásának szimulációja, $\beta\gamma = 3,17$ esetén. A körök helyei a pályamenti (vízszintes szaggatott vonal) ütközéseket jelölik. Sugaruk arányos az ott elvesztett energiával. A vonalak végén az adott szakaszon elvesztett teljes energiát tüntettük fel.



6. ábra. Energiavesztés-eloszlások 300 μm vastag szilíciumra $\beta\gamma = 3,17$ mellett. A sűrűségfüggvényt (folytonos vonal) elmélet által motivált illesztésekkel (szaggatott vonalak) együtt mutatjuk.

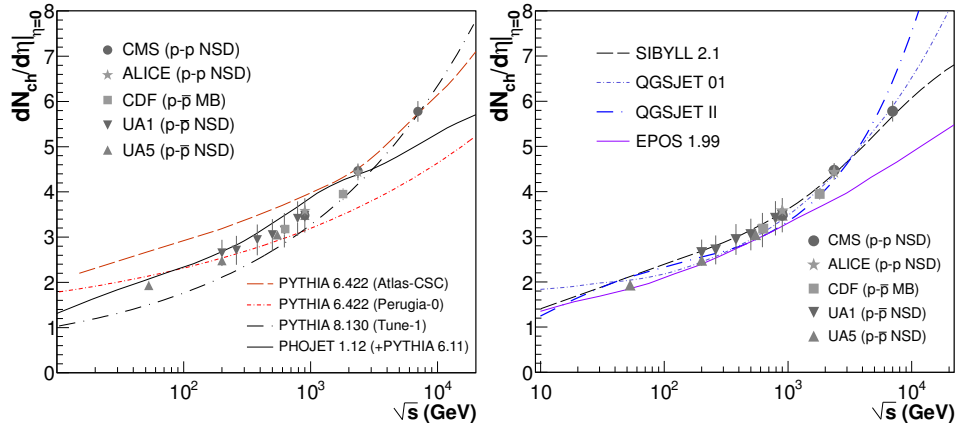
2.b) A Monte Carlo módszerrel meg lehet határozni differenciált valószínűségi sűrűség függvényt, ami függ a részecske impulzusától és az anyag vastagságtól is. Mi az optimalizált súlyozott átlagok használatának előnye a tabulázott valószínűségi függvényértékekkel szemben?

Válasz: Egy töltött részecske energiavesztés-rátájának becslésére többféle lehetőségünk van. A differenciált valószínűségi sűrűségfüggvény ismeretében már valóban támaszkodhatunk fejlett maximum likelihood módszerekre. Ugyanakkor, különösen a berendezések működésének első szakaszában, a részecske-detektorokat még nem tudjuk annyira beállítani, működésüket megérteni, hogy egy ilyen nagy precizitást igénylő eljárást alkalmazhassunk. Továbbá, a maximum likelihood eljárások érzékenyek lehetnek a más folyamatokból származó zajokra, „kilógó” beütésekre, torzítva a végeredményt.

A fentiek miatt van az optimalizált súlyozott átlagok használatának létjogosultsága, hiszen – mint arra a disszertáció 9. fejezetében rámutatok – a kapott súlyok nagymértékben impulzus- és úthossz-függetlenek, a számítási eljárás nagyon egyszerű, robusztus, gyorsan elvégezhető.

A 11. fejezetben megmutatom, hogy amíg a félvezető detektorok esetén a súlyozott átlagot tovább javíthatjuk maximum likelihood módszerek alkalmazásával, addig a gáztöltésű detektorokra a (0%,55%)-os levágott átlag már kiváló eredményeket ad.

3. A proton-proton ütközésekben keletkezett hadronok számát fenomenologikus modellek alapján próbáljuk megbecsülni. Az első eredmények az LHC-en, amiben

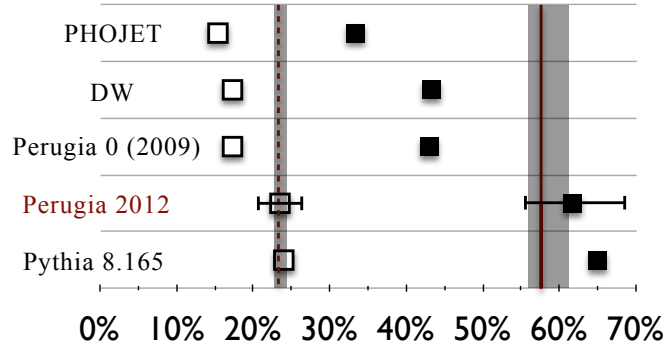


7. ábra. Az $\eta = 0$ körül mért $dN_{\text{ch}}/d\eta$ tömegközépponti-energia függése nem egyszerűen diffraktív (NSD) pp és p \bar{p} ütközésekre. A görbék a PYTHIA, PHOJET, valamint a QGSJET 01 and II, SIBYLL és EPOS eseménygenerátorok jóslatai [15].

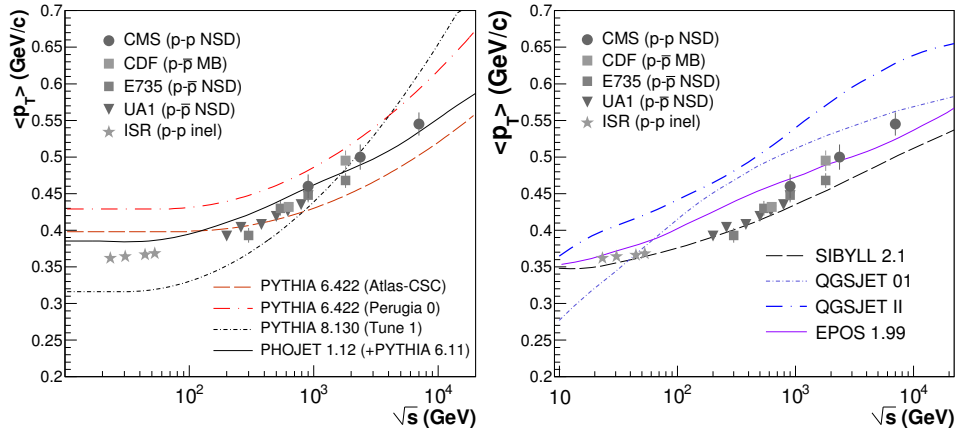
Siklér Ferencnek igen fontos hozzájárulása volt, azt mutatták, hogy az LHC adatok a várakozásnál erősebb energia függést mutatnak. Ez a fenomenologikus modellek revízióját követelte meg. A szerző véleménye szerint melyek azok a modellek, amelyek nagy valószínűséggel helyesen fogják megjósolni a keletkezett különböző töltött részecskék számát, azok rapiditás és transzverzális impulzusbeli eloszlását 14 TeV-en ?

Válasz: Az irodalomban több – az ütközésekben mért $dN_{\text{ch}}/d\eta$ és $\langle p_T \rangle$ értékek \sqrt{s} függését, azok 13 és 14 TeV-re való extrapolálását tárgyaló – cikket találhatunk. Az ott megjelent ábrák jól illusztrálják az egyes modellek erőnyeit és gyengeségeit.

Az $\eta = 0$ körül mért $dN_{\text{ch}}/d\eta$ tömegközépponti-energia függése nem egyszerűen diffraktív (NSD) pp és p \bar{p} ütközésekre a 7. ábrán látható [15]. A részecskefizikában jól ismert PYTHIA és PHOJET eseménygenerátorok mellett a nagyon nagy energiás kozmikus fizikában elterjedt QGSJET, SIBYLL és EPOS modellek jóslatait is ábrázolták. A helyzetet még jobban illusztrálja a $dN_{\text{ch}}/d\eta$ 8. ábrán látható mért és jósolt relatív növekedése (2,76 vs 0,9 TeV ; 7 TeV vs 0.9 TeV). Az LHC-s mérések előtti PHOJET és PYTHIA tune-ok (DW, Perugia 0) mind alábecsülték a változás ütemét. Az áthangolt PYTHIA 6 2012, valamint PYTHIA 8.165 már nagyjából helyesen követik a változást, így remélhetjük, hogy mindkettő közelítőleg jól fogja leírni a 14 TeV-es eredményeket. Érdekes, hogy a „kozmosz” modellek közül a SIBYLL és a QGSJET



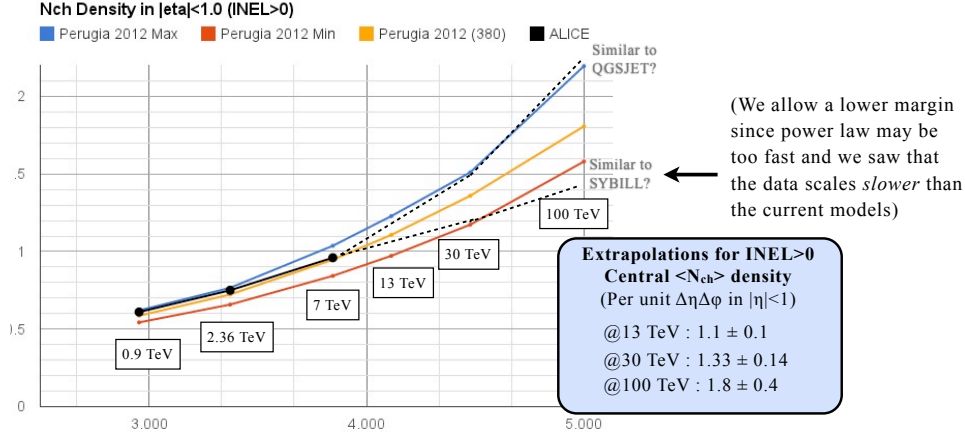
8. ábra. A töltött részecskék pszeudorapiditás-sűrűségének mért relatív növekedése (ALICE adatok) $\sqrt{s} = 0,9$ TeV és 2,36 TeV (üres négyzetek), valamint $\sqrt{s} = 0,9$ TeV és 7 TeV (betöltött fekete négyzetek) között, többféle modell jóslatával összevetve. Az eredetileg a [16] referenciában megjelent ábra, kiegészítve a három PYTHIA Perugia tune jóslataival [17].



9. ábra. Az $\eta = 0$ körül mért $\langle p_T \rangle$ tömegközépponti-energia függése nem egyszerűen diffraktív (NSD) pp és p \bar{p} ütközésekre. A görbék a PYTHIA, PHOJET, valamint QGSJET 01 and II, SIBYLL és EPOS eseménygenerátorok jóslatai [15].

II mennyire jó egyezést mutat az eddigi adatokkal, így a 14 TeV-es extrapolációban érdemes ezekre is tekintettel lenni.

Az $\eta = 0$ körül mért $\langle p_T \rangle$ tömegközépponti-energia függése nem egyszerűen diffraktív (NSD) pp és p \bar{p} ütközésekre a 9. ábrán látható [15]. A görbék a PYTHIA, PHOJET, valamint QGSJET 01 and II, SIBYLL és EPOS eseménygenerátorok jóslatai. Itt is jól látszik, hogy a modellek a p_T spektrum alakját nehezen tudták előre jelezni, leírni. A legjobban leginkább a PHOJET teljesít,



10. ábra. A $dN_{ch}/d\eta$ nagy \sqrt{s} -re vonatkozó jóslatai, azok bizonytalanságai [17].

így a 14 TeV-es előrejelzésekben is ennek a modellnek hinnék.

A nagyobb energiás extrapolációk témakörében mély, részletekbe menő összefoglalók jelentek meg az elmúlt hónapokban [17, 18]. Az itt közölt 10. ábra egészen $\sqrt{s} = 100$ TeV-ig követi a $dN_{ch}/d\eta$ lehetséges alakulását, a PYTHIA 2012 tune-t tekintve legvalószínűbb értéknek, és a tune két variánsát, valamint SIBYLL és QGSJET modelleket használva alsó és felső korlátként.

4. A Tézis 5. Fejezetének utolsó előtti bekezdésében a p-p ütközésekben keltett részecskék transzverzális impulzus spektrumára kapott adatok sikeres parametrizálását a szerző az erős kölcsönhatások bizonyos részleteire vonatkozó elméleti sikerként értelmezi. Kérdésem ezzel kapcsolatban az, hogy milyen mértékben lehet a Tsallis-eloszlást és a gluon szaturációt az intuitív fizikai képen túlmenően a QCD alapvető törvényeivel kapcsolatba hozni.

Válaszok: *Tsallis-eloszlás*: A transzverzális impulzus spektrumok leírásában a Tsallis-eloszláshoz nagyon hasonló alakú – a szerző szerint „QCD-inspirált” – függvényalakot már Hagedorn is megfogalmazott 1984-ben [19, 20]:

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = C \left(1 + \frac{p_T}{p_0}\right)^{-n} \Rightarrow \begin{cases} \exp(-\frac{np_T}{p_0}), & \text{ha } p_T \rightarrow 0, \\ \left(\frac{p_0}{p_T}\right)^n, & \text{ha } p_T \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (1)$$

A függvényalak – mint jól működő kísérleti parametrizáció – már az 540 GeV-es tömegközépponti energiájú $p\bar{p}$ ütközésekben kapott részecskespektrumokat tárgyaló 1982-es CERN-UA1 cikkben is megjelenik [21].

A függvényalak szerencsésen interpolál a nagy p_T -n, perturbatív QCD számolásokból várt hatványfüggés és a kis p_T -n megfigyelt statisztikus jellegű viselkedés között, mely utóbbi egy T paraméter által meghatározott Boltzmann-eloszlás ($\exp(-p_T/T)$, egy fázistér faktorról kiegészítve).¹ Ilyen értelemben a Tsallis-eloszlás kis és nagy p_T -s tartománya is kapcsolatba hozható QCD jelenségekkel, de nem közvetlenül annak alapvető törvényeivel.

Nagy p_T -n a kvarkok parton eloszlásfüggvényének (pdf) hatványfüggése szorosan kapcsolódhat, de a pdf-ek nem kiszámolhatók a jelenlegi rács QCD számolások korlátai miatt. Alakjukat kísérleti adatok megfelelő illesztéseiből határozzák meg, bár általános elvárásaink a függvények lefutására lehetnek.

A kis p_T -s, nem számolható részecskekeltés leírására egy, a jelenségek alapjait elfedő, azokat egy magasabb síkon tárgyaló statisztikus modellek használhatónak tűntek.

Gluon-telítés: Az ep ütközésekben kapott HERA adatok azt mutatták, hogy a gluonok sűrűsége a protonban az x csökkenésével meredeken emelkedik. Mivel a proton mérete csak nagyon lassan nő \sqrt{s} -sel, a gluonok sűrűsége egyre nagyobb lesz. (Ugyanakkor a gluonok közti egyre kisebb távolság miatt a kölcsönhatás gyengül és könnyen számolhatóvá válhat.) Mi szabhat a növekedésnek határt? Azt gondoljuk, hogy a gluonok sűrűsége egy határérték után nem nőhet tovább, nem tudunk több gluont a protonba zsúfolni. A határozatlansági elv segítségével ehhez a ponthoz egy Q_{sat} telítési (szaturációs) impulzust is rendelhetünk.

Másszóval a QCD nagyenergiás határesetben a gluonok közti kölcsönhatás gyengévé válik, hiszen köztük a távolságok kicsi lesz. Így a gluonok nagy betöltöttségű állapota, gyenge kölcsönhatása könnyen leírható lehet egy klasszikus mezővel is. Ha ezek a kis erők összehangoltan, koherensen hatnak, erős kölcsönhatást eredményezhetik (color glass condensate) [22].

5. Néhány elírásra, pontatlanságra szeretném felhívni a figyelmet. A Tézis első oldalán a második bekezdésben "leptonok tömegével kapcsolatos" helyett pontosabb lenne azt írni "részecskék tömegével kapcsolatos". A harmadik bekezdésben "napjaink legerősebb irányzatát" helyett "a nyolcvanas évek egyik érdekes irányzatát" talán megfelelőbb lenne. Tézis második oldalán a 2. Feje-

¹ A helyzet hasonló a Wien- és Rayleigh-Jeans törvényeket egyesítő, az elektromágneses sugárzás frekvenciafüggését leíró Planck-törvény felírásához, azzal a különbséggel, hogy ez utóbbi a kvantumelméletből le is vezethető.

zet első paragrafus " a köztük lévő erő állandóan nő " helyett "a köztük lévő energia állandóan nő " kifejezés a korrekt. A harmadik oldalon a Tevatron kísérletek említésénél a CDF szerepel csak, a D0 kimaradt. Az ábrák legtöbbje igen gondosan van elkészítve. Nem mindig világos azonban az olvasó számára, mely ábrák készültek a disszertáció illusztrálására és melyek azok az ábrák, melyek megjelentek már korábbi publikációkban.

Válasz: Sajnálom, hogy igyekezetem ellenére maradtak elírások az anyagban.

A disszertáció I. és II. részének bevezető rajzai csak illusztrációk. Az értelmezéssel foglalkozó ábráknál (3. és 14. fejezet) a forrást feltüntettem. Az összes többi ábra, eredmény megjelent már korábbi, hozzám köthető publikációban, az adott fejezetben idézett cikkekben.

Budapest, 2013. október 25.

Siklér Ferenc

Hivatkozások

- [1] STAR Collaboration, „Systematic Measurements of Identified Particle Spectra in pp, d+Au and Au+Au Collisions from STAR,” Phys. Rev. C 79 (2009) 034909, [arXiv:0808.2041 \[nucl-ex\]](#).
- [2] E802 Collaboration, „Centrality dependence of K⁺ and pi⁺ multiplicities from Si+A collisions at 14.6-A-GeV/c,” Phys. Lett. B 291 (1992) 341–346.
- [3] E-802, E-866 Collaboration, „Centrality dependence of kaon yields in Si + A and Au + Au collisions at the AGS,” Phys. Rev. C 60 (1999) 044904, [arXiv:nucl-ex/9903009 \[nucl-ex\]](#).
- [4] PHENIX Collaboration, „Identified charged particle spectra and yields in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV,” Phys. Rev. C 69 (2004) 034909, [arXiv:nucl-ex/0307022 \[nucl-ex\]](#).

- [5] PHENIX Collaboration, „Spectra and ratios of identified particles in Au+Au and d+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV,” [arXiv:1304.3410](#) [nucl-ex]. Submitted to Phys. Rev. C.
- [6] ALICE Collaboration, „Centrality dependence of π , K, p production in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV,” [arXiv:1303.0737](#) [hep-ex]. Submitted.
- [7] ALICE Collaboration, „Multi-strange baryon production at mid-rapidity in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV,” [arXiv:1307.5543](#) [nucl-ex].
- [8] H. Bethe, „Theory of the passage of fast corpuscular rays through matter,” *Annalen Phys.* 5 (1930) 325–400.
- [9] U. Fano, „Penetration of protons, alpha particles, and mesons,” *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 13 (1963) 1–66.
- [10] E. Fermi, „On the Theory of the impact between atoms and electrically charged particles,” *Z. Phys.* 29 (1924) 315–327.
- [11] E. Fermi, „On the theory of collisions between atoms and electrically charged particles,” *Nuovo Cim.* (1925) 2,143, [arXiv:hep-th/0205086](#) [hep-th].
- [12] H. Bichsel, „Straggling in thin silicon detectors,” *Rev. Mod. Phys.* 60 (1988) 663–699.
- [13] H. Bichsel, „A method to improve tracking and particle identification in TPCs and silicon detectors,” *Nucl. Instrum. Meth. A* 562 (2006) 154–197.
- [14] F. Siklér, „A parametrisation of the energy loss distributions of charged particles and its applications for silicon detectors,” *Nucl. Instrum. Meth. A* 691 (2012) 16–29, [arXiv:1111.3213](#) [physics.data-an].
- [15] D. d’Enterria, R. Engel, T. Pierog, S. Ostapchenko, and K. Werner, „Constraints from the first LHC data on hadronic event generators for ultra-high energy cosmic-ray physics,” *Astropart. Phys.* 35 (2011) 98–113, [arXiv:1101.5596](#) [astro-ph.HE].

- [16] ALICE Collaboration, „Charged-particle multiplicity measurement in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with ALICE at LHC,” Eur. Phys. J. C 68 (2010) 345–354, [arXiv:1004.3514 \[hep-ex\]](#).
- [17] P. Z. Skands, „Soft-QCD and UE spectra in pp collisions at very high CM energies (a Snowmass white paper),” [arXiv:1308.2813 \[hep-ph\]](#).
- [18] W. Barletta, M. Battaglia, M. Klute, M. Mangano, S. Prestemon, *et al.*, „High Energy Hadron Colliders - Report of the Snowmass 2013 Frontier Capabilities Hadron Collider Study Group,” [arXiv:1310.0290 \[physics.acc-ph\]](#).
- [19] R. Hagedorn, „Multiplicities, p_T Distributions and the Expected Hadron \rightarrow Quark-Gluon Phase Transition,” Riv. Nuovo Cim. 6 (1983) 1–50.
- [20] C.-Y. Wong and G. Wilk, „Tsallis Fits to p_T Spectra and Multiple Hard Scattering in pp Collisions at the LHC,” Phys. Rev. D 87 (2013) 114007, [arXiv:1305.2627 \[hep-ph\]](#).
- [21] UA1 Collaboration, „Transverse Momentum Spectra for Charged Particles at the CERN Proton anti-Proton Collider,” Phys. Lett. B 118 (1982) 167.
- [22] L. D. McLerran and R. Venugopalan, „Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei,” Phys.Rev. D49 (1994) 2233–2241, [arXiv:hep-ph/9309289 \[hep-ph\]](#).